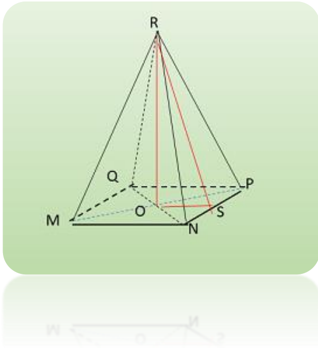
Solución del ejemplo 3

De una pirámide regular se conoce que:



$A_B = 3600\ cm^2$
$\sphericalangle ORS = 30^0$

S es punto medio de $\overline{NP}$

$\overline{RO}$ es la altura de la pirámide.
¿Cuál es el valor de su área lateral y de su volumen?

Solución

Como la pirámide es regular, significa que es recta y que el polígono de la base es un cuadrado, luego del área de la base se puede conocer la longitud de las aristas :

$$A_B = a^2$$

$$a = \sqrt{3600}$$

$$a = 60\ cm$$

De este dato se deduce que $\overline{OS} = 30\ cm$ porque el $\Delta\ NOP$ es isósceles, al ser las diagonales de un cuadrado iguales y S punto medio del lado $\overline{NP}$, $\overline{OS} \perp \overline{NP}$.

El Δ ROS es rectángulo por ser $\overline{RO}$ altura de la pirámide regular y como $\sphericalangle ORS = 30^0$, $\overline{OS} = 30\ cm$, se cumple que $\overline{RS} = 60\ cm$ porque en un triángulo rectángulo, la longitud del cateto que se opone al ángulo de 30, es la mitad de la longitud de la hipotenusa

Con estos datos es posible calcular el área lateral de la pirámide

$$A_L = 4 \cdot A_{\Delta NPR}$$

$$A_{\Delta NPR} = \frac{\overline{NP} \cdot \overline{RS}}{2}$$

Sustituyendo

$$A_L = 4 \cdot \frac{30 \cdot 60}{2}$$

$$A_L = 3600 cm^2 = 36 dm^2$$

Para calcular el volumen se necesita conocer la longitud de la altura $\overline{RO}$

En el triángulo ROS rectángulo en O se cumple:

$\overline{RS}^2 = \overline{OS}^2 + \overline{RO}^2$ por el Teorema de Pitágoras

$$\overline{RS}^2 = \overline{OS}^2 - \overline{RO}^2$$

$$\overline{RO} = \sqrt{\overline{RS}^2 - \overline{RO}^2}$$

Sustituyendo y calculando

$$\overline{RO} = \sqrt{(60)^2 - (30)^2} = 16{,}43\ cm$$

$$V = \frac{A_B \cdot h}{3}$$

$$V = \frac{3600 \cdot 16{,}43}{3} = 62280\ cm^3$$

$$V = 62\ dm^3$$